

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
Escola Paulista de Política, Economia e Negócios (EPPEN)

MODELOS DE VOLATILIDADE
CONDICIONAL GARCH E EWMA: UM
ESTUDO COMPARATIVO

KANANDA DAYELE FORTES MIRANDA

OSASCO

2019

KANANDA DAYELE FORTES MIRANDA

**MODELOS DE VOLATILIDADE
CONDICIONAL GARCH E EWMA: UM
ESTUDO COMPARATIVO**

Monografia apresentada ao Curso de Ciências
Atuariais da Universidade Federal de São Paulo
como requisito parcial para obtenção do grau
Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Joelson Oliveira Sampaio

OSASCO

2019

AGRADECIMENTOS

Dedico este trabalho primeiramente a Deus e igualmente, à minha mãe Jucileusa Fortes, ao meu pai Edinaldo Miranda e ao meu irmão Kayan Fortes, que me auxiliaram e apoiaram em todas as etapas de minha vida. Agradeço principalmente pelo amor, incentivo e compreensão em momentos que não pude lhes dar atenção devido à dedicação e tempo despendido para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Em especial, à minha mãe Jucileusa Fortes que me ensinou o verdadeiro significado de amor, respeito, suor do trabalho e a lutar e persistir pelos meus objetivos independente das adversidades encontradas ao longo do processo. O aprendizado veio não somente pelos constantes conselhos, mas também com inúmeros erros e tentativas diferentes.

Ao meu pai Edinaldo Miranda, agradeço por me ensinar que a vida não é fácil, mas que as dificuldades podem ser utilizadas ao meu favor como um combustível para a conquista dos meus objetivos. Ao meu irmão Kayan, que ajudou a moldar a minha personalidade, é uma inspiração acadêmica e, ao seu modo, sempre me incentiva à alcançar os meus sonhos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Joelson de Oliveira Sampaio, agradeço pela paciência e disponibilidade em me auxiliar quando requisitado, e sobretudo, pela confiança depositada em mim e no meu trabalho.

Por fim, mas não menos importante, agradeço ao meu esposo e melhor amigo Diego Sanches, pois foi quem mais me apoiou incondicionalmente, ajudou e incentivou à conclusão deste trabalho. Adicionalmente, nos momentos de dúvidas e decepções foi uma verdadeira fonte de energias, já que sempre me faz acreditar na minha capacidade de obter bons resultados com as minhas decisões e atividades que me empenho a realizar.

*“A grandeza da vida não
consiste em não cair nunca, mas em nos
levantarmos cada vez que caímos”. (Da
autobiografia “O longo caminho para a
liberdade”, 1994).”*

(Nelson Mandela)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a comparação entre os modelos de volatilidade condicional (EWMA e GARCH), utilizando dados de mercado como as ações da empresa Petrobrás. O trabalho analisou a importância do gerenciamento de riscos para o mercado financeiro de ações e baseou-se na análise estatística realizada para as ações da empresa Petrobrás. O período analisado consiste entre 02/01/2014 até 28/12/2018, abrangendo o período de crise política brasileira que teve seu auge no período do segundo semestre de 2015 e o período de pré-eleições presidenciais no segundo semestre de 2018. O intuito do presente estudo consistiu na comparabilidade entre a utilização dos modelos de volatilidade condicional EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) e modelos GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) no que tange à previsibilidade da volatilidade dos preços das ações da empresa Petrobrás. Adicionado a isso, foi utilizada a metodologia valor em risco paramétrico com o intuito de demonstrar a eficiência empírica dos modelos a partir da quantidade de violações que obtiveram. A conclusão obtida nesta análise é que ambos os modelos possuem capacidade preditiva sob a ótica valor em risco, visto que retornaram valores de violações inferiores ao limite proposto de 5% das observações consideradas para o cálculo do VaR.

Palavras-chave: Gerenciamento de riscos, EWMA, GARCH, Volatilidade, Valor em Risco.

ABSTRACT

This paper aims the comparison between the conditional volatility models (EWMA and GARCH), using market data, such as the shares of Petrobras. The paper analyzed the importance of risk management for the financial stock market and was based on the statistical analysis performed for Petrobras shares. The period analyzed consists of 01/02/2014 to 12/28/2018, covering the period of Brazilian political crisis that peaked in the second half of 2015 and the presidential pre-election period in the second half of 2018. The purpose of the present study was to compare the use of the Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) conditional volatility models and the General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH) models with respect to the predictability of Petrobras stock price volatility. In addition, the parametric value at risk methodology was used to demonstrate the empirical efficiency of the models based on the number of violations they obtained. The conclusion obtained in this analysis is that both models have predictive capacity from the value-at-risk perspective, since violations values returned below the proposed limit of 5% of the observations considered for the VaR calculation.

Keywords: Risk Management, EWMA, GARCH, Volatility, Value at Risk.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Valor em Risco (VaR)	24
Figura 2 - Ações da PETR R\$ em nível.....	27
Figura 3 - Retornos das ações PETR4	28
Figura 4 - Histograma dos retornos das ações PETR4.....	29
Figura 5 - Retornos ao Quadrado da série PETR4.....	30
Figura 6 - FAC para os Retornos ao Quadrado das ações da PETR4.....	31
Figura 7 - FACP para os Retornos ao Quadrado das ações da PETR4.....	31
Figura 8 - Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados das ações PETR4	33
Figura 9 - Comparação do VaR com a volatilidade pura em relação aos retornos das ações PETR4	34
Figura 10 - Comparação do VaR para o modelo EWMA em relação aos retornos das ações PETR4	35
Figura 11 - Comparação do VaR para o modelo GARCH (1,1) em relação aos retornos das ações PETR4.....	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatística Descritiva dos Retornos de ações da Petrobrás	28
Tabela 2 - Testes de Estacionariedade dos retornos das ações da PETR4	29
Tabela 3 - Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para as ações da PETR4.....	32
Tabela 4 - Valor em Risco para Modelos de Retorno da PETR4	34

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
	2.1 Mercado de capitais.....	13
	2.2 Risco.....	14
	2.3 Técnicas de gerenciamento de riscos.....	15
	2.4 Modelos de volatilidade.....	17
	2.5 Modelos de volatilidade condicional.....	18
	2.5.1 Modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).....	18
	2.5.2 Modelo GARCH (General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).....	19
	2.5.3 Modelo EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)	20
	2.6 Aplicações de modelos de volatilidade no cálculo de risco de mercado por meio da metodologia VaR (Value at Risk)	21
3	METODOLOGIA	25
	3.1 Descrição dos dados	26
	3.2 Estimação dos modelos de volatilidade.....	32
	3.3 Backtest para o Valor em Risco dos modelos de volatilidade	33
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
	REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

Desde o início do mundo o risco é um fator presente no cotidiano das populações. Nesse ínterim, o risco só tem um sentido verdadeiro à medida em que resulta em perdas financeiras, quer direta, quer indiretamente. As instituições financeiras enfrentam muitos riscos, que podem, se não for controlada, dar origem a riscos financeiros (BEST, 1998).

Com o surgimento do mercado financeiro, foram desenvolvidos diversos instrumentos a fim de tentar acompanhar os movimentos dos preços dos ativos na data de hoje (t), em relação à uma data no futuro ($t+1$). Neste contexto, no decorrer das décadas, vários modelos econométricos foram desenvolvidos como ferramentas de predição do comportamento de ativos a partir dos seus riscos.

Ademais, o Mercado Financeiro é um dos principais impulsionadores da economia global, logo, a mensuração correta do nível de risco de determinado ativo pode impactar de modo positivo ou negativo os agentes econômicos que escolham investir sua riqueza em ativos financeiros.

Isto porque, qualquer decisão de investimento, sempre vai envolver, além dos valores a serem investidos, os prazos de investimento, os diferentes níveis de retorno que o investidor está disposto a obter, os níveis de risco que ele está disposto a correr com os valores investidos e as diferentes combinações de risco e retorno que as alternativas disponíveis de investimento oferecem (MARQUES, 2006).

Devido a isso, diversos estudiosos ao redor do mundo tentam prever o futuro no que concerne ao mercado financeiro, sobretudo em relação aos ativos que o compõe. Com o avanço das tecnologias na chamada 4ª Revolução Industrial, pode-se perceber que, em termos de telecomunicações e processamento de dados, cujo impacto sobrecarrega às Bolsas de Valores do mundo inteiro por ficarem submetidas a mudanças inesperadas e repentinas em suas atividades, altas e/ou quedas significativas sofridas por elas promovem uma enorme oscilação nos preços e retornos de ativos financeiros.

Do ponto de vista prático, os investidores podem escolher entre diferentes níveis de riscos de investimento que geram diferentes níveis de rentabilidades, entretanto, procura-se maximizar o grau de rentabilidade esperada de acordo com um determinado nível aceitável de risco por parte do agente econômico. As fontes de risco em investimentos são advindas de

flutuações macroeconômicas que acarretam em mudanças dentro de setores da economia, de desenvolvimentos inesperados de um ativo em particular (Bodie et al., 2000).

Neste sentido, a relação de risco-retorno é considerada por muitos investidores como um dos pilares fundamentais do mercado financeiro, onde um dos maiores desafios concentra-se na avaliabilidade dos riscos de uma carteira de ativos financeiros e na estimativa da volatilidade das séries de retornos, pois tal retorno associa-se diretamente à oscilação dos índices das Bolsas de Valores ou à variabilidade dos preços de um determinado ativo. Logo, compreende-se que, conforme ocorra a variação dos preços e/ou índices no mercado financeiro, pode-se identificar se o ativo analisado é muito ou pouco volátil.

Neste íterim, a possibilidade de ganho ou perda advinda de tais oscilações no mercado financeiro é incerta, caracterizando-se como um fator comum a qualquer tentativa de previsibilidade para o retorno de certo ativo ou de uma carteira de ativos. Em relação a tal aspecto, Knight (1975) afirma que

A pulverização da propriedade de transferência de ações possibilita ao investidor distribuir seus recursos em um grande número de empresas em vez de concentrá-las em uma só empresa. O efeito desta distribuição sobre o nível de risco é evidentemente duplo. Em primeiro lugar, o investidor pode atingir uma futura compensação através da consolidação; perdas e ganhos em diferentes empresas das quais ele possui ações deve tender a se cancelar em grande parte, proporcionando um alto grau de regularidade e previsibilidade em seu retorno total. Além disso, a chance de perda de uma pequena parte de seus recursos totais é menos relevante (mesmo proporcionalmente) do que a chance de perda de uma parcela maior.

Em suma, isto significa que tratando-se da proteção contra a incerteza, isto é, em relação à oscilação dos índices e/ou preços dos ativos na Bolsa de Valores, a diversificação do risco é utilizada no mercado financeiro como uma ferramenta estratégica fundamental.

Para que seja possível estimar o comportamento de ações no mercado financeiro, torna-se fundamental avaliar os principais fatores associados a tal técnica, tais como o retorno e a volatilidade de ativos cotados pela Bolsa de Valores no mercado financeiro. A volatilidade e a variância nada mais são do que uma medida do nível de variação do preço de um ativo durante um intervalo de tempo.

Dessa forma, para se obter o retorno de um ativo, é necessária a divisão do valor de fechamento do preço da ação em $t+1$ pelo valor de fechamento do preço da ação em t , o que

determina o log-retorno da ação em todo o período amostral analisado. E, adicionado a isso, para se encontrar a volatilidade de um ativo, precisa-se calcular o desvio padrão dos retornos da amostra utilizada, o que permite determinar qual o desvio em relação à média das observações.

O desvio padrão é caracterizado com uma medida estatística obtida para uma distribuição dos valores observados, e a sua aplicação busca fornecer a probabilidade de ocorrência de um dado valor dentro do intervalo de observações. Esta medida demonstra a volatilidade de determinado ativo conforme a frequência e intensidade de oscilação do seu preço em um dado período de tempo. Por meio dela, é possível realizar previsões sobre a estimativa de oscilação do seu preço no futuro.

Existem três tipos de volatilidade, sendo a volatilidade histórica, a volatilidade implícita e a volatilidade real. A primeira técnica é obtida por meio da anualização do desvio padrão, calculado por meio das variações de preço de um determinado ativo em um período de tempo pre-estabelecido, o que serve como um balizador para estimar a previsão da volatilidade futura desse ativo.

A segunda técnica é a volatilidade implícita, que se refere ao cálculo da volatilidade a partir da igualdade entre o preço teórico e o preço real de uma opção, isto é, de um derivativo. E, por fim, a terceira técnica é a volatilidade real, que representa o preço do ativo no futuro. Para calculá-la utiliza-se o preço do ativo no mercado futuro, todavia, com o vencimento da cotação, a volatilidade real se torna histórica.

Para estimar a variância dos retornos, existem diferentes métodos paramétricos, os quais buscam substituir a hipótese de que tal variância seja constante ao longo do tempo. Tem-se, por exemplo, os modelos de volatilidade determinística e os modelos de volatilidade estocástica. A primeira abordagem assume que as variações no retorno dos ativos são determinadas por variáveis conhecidas pelos participantes do mercado, tal como seu nível de preços. No caso do segundo método, o conhecimento do preço no passado dos ativos não é suficiente para determinar a volatilidade quando são utilizadas observações de preços discretas (MORAIS, PORTUGAL, 1999).

Na classe de modelos com volatilidade determinística pode-se assumir que a distribuição é normal ou não-normal, o que empiricamente é de extrema utilidade para séries financeiras que não possuem distribuição normal. Para tanto, Engle (1982) introduz inicialmente os modelos de volatilidade condicional da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), e 4

anos depois, Bollerslev (1986) apresenta o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), os quais são empiricamente caracterizados como modelos determinísticos.

Dessa forma, considerando a disponibilidade de instrumentos computacionais que permitem a previsão de retornos e variância condicional de ativos e as especificações estatísticas associadas a ambos os parâmetros, objetiva-se comparar a utilização dos modelos de volatilidade condicional GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) no que tange à volatilidade dos preços das ações da empresa Petrobrás.

Outrossim, instituições financeiras que realizam uma previsão melhor de retornos e volatilidade para os seus ativos, dentro do seu universo de possibilidades disponíveis no mercado financeiro, tendem a exercer escolhas mais assertivas e tornam-se mais rentáveis no longo prazo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Mercado de capitais

O mercado de capitais é constituído pelas sociedades corretoras, bolsas de valores e outras instituições autorizadas. Ele funciona por meio de um sistema de distribuição de valores mobiliários, que proporciona liquidez aos títulos de emissão de empresas e viabiliza o processo de capitalização. Segundo PINHEIRO (2009, p.174)

O mercado de capitais pode ser definido como um conjunto de instituições e de instrumentos que negociam com títulos e valores mobiliários, objetivando a capitalização dos recursos dos agentes compradores para os agentes vendedores. Ou seja, o mercado de capitais representa um sistema de distribuição de valores mobiliários que tem o propósito de viabilizar a capitalização das empresas e dar liquidez aos títulos emitidos por elas.

Em suma, o mercado de capitais possui a finalidade de capitalizar recursos de indivíduos poupadores, para então direcioná-los aos agentes econômicos que possuam necessidades de investimentos ou de capital de giro. Pode-se considerar, que o surgimento do mercado de capitais se deu pela baixa capacidade do mercado de crédito de suprir as necessidades empresariais, o que favoreceu a formação do que designa-se atualmente por mercado de capitais. De acordo com

ASSAF NETO (2011, p. 74)

O mercado de capitais assume papel dos mais relevantes no processo de desenvolvimento econômico. É o grande municiador de recursos permanentes para a economia, em virtude da ligação que efetua entre os que têm capacidade de poupança, ou seja, os investidores, e aqueles carentes de recursos de longo prazo, ou seja, que apresentam déficit de investimento.

O mercado de capitais pode ser visualizado como uma alternativa às aplicações tradicionais em produtos oferecidos pelo governo e pelos bancos, o que gera um menor custo de financiamento para as empresas e maior acesso ao capital por parte da população em geral. Esse mercado subdivide-se em outros dois; o mercado de renda fixa, que compreende os títulos de dívida, e o mercado acionário, onde se realizam as transações com ativos de patrimônio líquido. (CARVALHO, 2014).

No Brasil, o mercado de capitais é representado principalmente pelo mercado acionário. Isto porquê, operações com títulos da dívida de longo prazo ficam praticamente restritas a financiamentos internacionais e ao fornecimento por órgãos estatais (governo). Especificamente no mercado acionário, há dois segmentos complementares: o mercado primário e o mercado secundário de ações. No primeiro, os valores mobiliários da companhia são negociados diretamente entre a companhia e os investidores e os recursos são destinados para o caixa ou para os projetos de investimento da empresa.

No segundo, por outro lado, ocorrem as transações de títulos entre investidores, de modo que não há uma transferência direta de recursos para as empresas. Desse modo, a maior liquidez do mercado secundário torna-se uma condição para a existência do mercado primário. Ressalta-se também sua característica de sucessivas transferências de titularidade das ações/títulos entre os investidores, o que garante a liquidez dos ativos negociados e evidencia o valor de mercado das empresas.

2.2 Risco

No contexto de mercado de capitais, sobretudo tratando-se do mercado acionário, há um risco associado a cada operação concretizada pelas empresas e investidores tanto no mercado primário quanto no secundário. Para tanto, faz-se necessário o entendimento do conceito de risco e suas derivações em termos de mercado financeiro.

O risco pode ser definido como o grau de incerteza associado à possibilidade de dado

evento vir a ocorrer, isto é, sempre que houver incerteza sobre um determinado resultado, existirá também algum tipo de risco atrelado. Para Duarte (1996) o risco é qualquer medida numérica da incerteza associada a um evento, que aproximando para o âmbito financeiro, pode-se definir risco como o grau de incerteza de retornos futuros (JP MORGAN, 1996). Todavia, o risco pode ser caracterizado de diferentes maneiras, visto que suas classificações dependem, sobretudo, da sua origem, ou seja, do seu fato gerador.

Conforme exposto por Duarte (1996) risco é um conceito “multidimensional” que cobre quatro grandes grupos:

- Risco de mercado: O risco de mercado é formado a partir de variações no preço dos ativos financeiros que naturalmente ocorrem em decorrência de mudanças do mercado. O risco de mercado pode ser encontrado no preço de ações, *commodities*, taxas de câmbio e taxas de juros.
- Risco operacional: O risco operacional advém de possíveis falhas humanas ou de gerenciamento, assim como defeitos dentro de um sistema.
- Risco de crédito: O risco de crédito diz respeito ao não cumprimento pelo tomador de suas respectivas obrigações mediante os termos pactuados nas operações realizadas.
- Risco legal: O risco legal está relacionado às perdas decorrentes de um contrato ilegal, seja relacionado às condições incertas estabelecidas para um investimento, ou ao desrespeito de uma empresa à legislação vigente, dentre outros fatores.

2.3 Técnicas de gerenciamento de riscos

Para que o risco seja mensurado e controlado, o gerenciamento de riscos é um mecanismo fortemente utilizado pelo mercado financeiro, pois ele possibilita, por meio do cálculo do risco, a mensuração do grau de incerteza na obtenção do retorno esperado, mediante a oscilação do índice de ações, em investimento(s) ou aplicações financeiras realizado(s).

Para tanto, os riscos atrelados aos retornos esperados classificam-se em baixo, médio e alto, onde o primeiro apresenta um maior nível de segurança ao investidor, porém com um baixo retorno, enquanto o último, em contrapartida, apresenta um menor nível de segurança ao investidor, mas pode incorrer em um maior retorno. Vê-se, portanto, que existe uma

relação direta entre o nível de risco e a rentabilidade que o investidor dispõe-se a assumir no que refere-se ao mercado financeiro de ações.

Além disso, no que tange à relação risco-retorno, existe um risco denominado como risco de mercado, cujas grandes corporações que operam no mercado de ações estão fortemente expostas. Conforme aborda Saunders (1996) existem cinco razões pelas quais deve-se mensurar o risco de mercado:

- 1) *Informação gerencial*. A alta administração consegue ter informações suficientes a respeito da exposição ao risco assumida pelos operadores. Tal exposição pode posteriormente ser comparada ao capital da instituição financeira;
- 2) *Fixação de limites*. Mensura os riscos de mercado das carteiras dos operadores, possibilitando o estabelecimento de limites em cada área de posição por operador.
- 3) *Alocação de recursos*. São comparados os riscos de mercado de diferentes áreas de operação, possibilitando descobrir a área que possui melhor capacidade de retorno dado um risco específico, de modo à re-alocar os recursos disponíveis.
- 4) *Avaliação de desempenho*. Permite verificar qual operador vem possuindo melhor relação risco/retorno de seus investimentos. Operadores com maior risco/retorno não necessariamente serão os mais bem remunerados, comparados com os de menor exposição ao risco.
- 5) *Regulamentação*. Possibilita a alguns órgãos responsáveis que haja a regulamentação da exposição ao risco de mercado por meio de exigência de capital.

Em termos de otimização da relação risco-retorno para portfólios de investimento, isto pode ocorrer através da aplicação de programação quadrática a carteiras de ativos, o economista Harry Markowitz desenvolveu um processo de otimização que permite a minimização do risco para um dado nível de retorno. Subsequente, ao se aplicar tal processo para vários níveis de retorno, cria-se a denominada curva de Markowitz que determina a fronteira para a qual as diferentes combinações de proporções de ativos de uma carteira promovem os maiores retornos com os menores riscos possíveis (MARKOWITZ, 1952).

2.4 Modelos de volatilidade

Para se realizar a medição da volatilidade de um ativo é necessário estimar o desvio padrão de seus retornos durante um período que seja anterior àquele que gostaria de se prever a volatilidade. Sendo que, a volatilidade, quando medida pelo desvio padrão (σ) é definida pela fórmula (1)

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}}{n}, \quad (1)$$

onde n representa o número de observações, y_t representa o retorno do ativo no período t e \bar{y} denota a média dos retornos. Visto que o desvio padrão (σ) é calculado a partir de retornos diários, torna-se ineficaz a utilização deste valor de desvio padrão em diferentes frequências de dados. Dessa forma, é necessária uma transformação que pode ser obtida por meio da multiplicação do desvio padrão diário pela raiz quadrada do número de observações.

Ao se considerar que tal metodologia de cálculo distribui pesos iguais para todas as observações, é notável que ao se calcular o valor da volatilidade histórica, há um descuido quanto às observações de dados mais recentes. Isto é evidenciado pois, uma vez que estamos tentando determinar a volatilidade em $t+1$, quanto mais recentes forem os dados, maior o grau de importância associado ao valor da volatilidade, todavia, quanto maior a quantidade de observações, melhor a qualidade da estimação.

Estas duas regras podem ser caracterizadas como um *trade-off*, já que dados muito antigos podem distorcer a qualidade dos dados de volatilidade obtidos, entretanto, em contrapartida, ignorar tais dados devido à sua longevidade pode ser comparável à ignorar importantes informações históricas.

Por esta razão, diversos autores propuseram diferentes métodos voltados à estimação da volatilidade histórica. Parkinson (1980) sugeriu um método que procurava aumentar o volume de informação ao considerar a oscilação do preço dos ativos no decorrer de um mesmo dia. Por meio de tal método, foi obtida uma maior quantidade de informações o que, concomitantemente, melhorou a estimativa.

Por outro lado, Garman e Klass (1988) avaliaram adicionar ao método de Parkinson (1980) as informações referentes às cotações do fechamento diário do ativo. Evnine (1988), no

mesmo ano, afirmou que ao se introduzir os valores extremos ao método de Garman e Klass (1988) a eficiência da previsão da volatilidade seria aumentada em cerca de cinco vezes, ressaltando que os valores extremos das séries possuíam informações significativas que poderiam ser utilizadas.

Desta forma, definiu-se o *Método de Suavização Exponencial* como uma alternativa para se eliminar algumas limitações do desvio padrão histórico. Em tal método utiliza-se um termo autorregressivo que aproxima-se ao desvio padrão histórico, e um segundo termo representado pela rentabilidade no momento histórico imediatamente anterior y_{t-1} onde o valor ao quadrado, devidamente ponderado, acaba por reduzir os choques aleatórios que comumente são encontrados nas séries temporais de origem financeira.

É válido destacar que um ponto negativo da volatilidade histórica é o fato de que as séries elucidadas podem não se repetir, de forma que os valores históricos não representam efetivamente uma previsão da série para o futuro. Porém, em contrapartida, a volatilidade histórica pode contribuir de forma positiva na formação de expectativas quanto ao comportamento futuro da série de retornos.

2.5 Modelos de volatilidade condicional

Ao se partir do pressuposto de que muitas séries temporais financeiras possuem volatilidade variável no decorrer do tempo, determinados modelos econométricos acabam por não ter capacidade explicativa quanto à sua variabilidade, por comumente tratá-la como constante. Os modelos ARIMA¹ são um dos exemplos que ilustram essa constância. Devido a isso, em 1982 Engle propõe um modelo que possibilita a modelagem da variância de uma série, sendo que a mesma decorre de uma função dos retornos passados.

2.5.1 Modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

Em 1982, um modelo até então desconhecido na literatura foi proposto por Engle em seu artigo “*Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation*” que tinha por base a modelagem de um processo de heteroscedasticidade condicional. Este modelo inovou ao pretender captar a evolução da variância σ^2 , por meio da variação do

¹ Verificar BOX e JENKINS (1976).

quadrado da volatilidade como uma média móvel das observações passadas da série.

Em 2004 Engle afirmou por meio do artigo “*Risk And Volatility: Econometric Models And Financial Practice*” que este modelo surgiu em decorrência da necessidade de descobrir um modelo que permitisse validar o que Friedman (1977) afirmou em relação à impossibilidade de se prever que a inflação advinha dos ciclos econômicos e que esta incerteza afetava o comportamento dos investidores.

Para o entendimento do modelo, deve-se adotar ε como sendo o termo de erro do retorno de um ativo, então é possível identificar sua variância condicional (volatilidade) h_t no instante t por meio de um modelo ARCH de ordem q como sendo

$$\varepsilon_t / \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (2)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (3)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (4)$$

Onde u_t se dá por uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d*) com média zero e variância igual à um. Deve-se respeitar que $\alpha_0 > 0$ e que $\alpha_i > 0$ para $i = 1, \dots, p$ para garantir a positividade de h_t . Devido a isso, h_t será maior que zero, portanto, não faz diferença se os movimentos são positivos ou negativos, já que os ε_t estão sendo elevados ao quadrado no lado direito da equação (4). Isto demonstra que grandes choques tendem a ser seguidos de outros subsequentes e assim por diante.

2.5.2 Modelo GARCH (General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)

O modelo GARCH foi proposto por Bollerslev (1986) e em sua publicação no *Journal of Econometrics: Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity* ele foi definido como uma generalização do modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). De acordo com Tsay (2005) uma das desvantagens do modelo ARCH é a necessidade de muitos parâmetros para descrever a evolução da volatilidade de forma adequada.

Todavia, tal necessidade foi suprida pela sua extensão, ARCH generalizado (GARCH). Neste modelo considera-se que a variância condicionada do processo de erro está relacionada,

não apenas com os quadrados dos valores passados da série (e.g. ε_{t-1}^2), mas também com as variâncias condicionadas passadas (e.g. h_{t-1}). Assim, tem-se a seguinte formulação para um modelo GARCH(p, q)

$$\varepsilon_t / \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (5)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (6)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (7)$$

sendo que, novamente u_t se dá por uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d*) com média zero e variância igual a um. Porém, para se garantir a positividade da variância condicional (h_t), deve-se considerar que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, ($i=1, \dots, p$) $\beta_j \geq 0$, ($j=1, \dots, q$) e que $\sum_{m=1}^{\max(p,q)} \alpha_m \beta_m < 1$, sendo que esta última já é o suficiente para garantir que a variância condicional seja estacionária e finita.

É importante elucidar que caso $p = 0$, o modelo se reduz à um ARCH(p), e se $p = q = 0$, então ε_t será um ruído branco, visto que todo impacto da equação será praticamente causado pela variável u_t . Para que a covariância do modelo seja estacionária, será requerido que $\sum_{i=1}^p \alpha_i \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$.

De acordo com Alexander (2005), raramente faz-se uso de um modelo maior que GARCH(1,1) que é muito utilizado para a modelagem de séries financeiras, já que utiliza-se apenas um único erro ao quadrado defasado e um termo autorregressivo. A equação que define o modelo ficaria

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \text{ sendo que } \alpha_1 \geq 0, \beta_1 < 1 \text{ e } \alpha_1 + \beta_1 < 1. \quad (8)$$

2.5.3 Modelo EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)

O modelo Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), ou médias móveis exponencialmente ponderadas, utiliza o método de suavização exponencial e considera os valores mais recentes da série de dados como mais significativos em função do futuro. Este modelo foi bastante disseminado no mercado financeiro principalmente por ser a metodologia utilizada para estimar a volatilidade e correlações constantes no documento Risk Metrics do J.P. Morgan

(1994), o que fez com que fosse utilizado durante muitos anos no mercado financeiro como o principal instrumento para este fim.

Conforme exposto por Esteves (2003), os modelos de alisamento exponencial são muito utilizados para previsões de séries temporais, devido à sua facilidade de implementação computacional, simplicidade e bons resultados. Este modelo assume um processo gerador de retornos conforme demonstra a equação (9)

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \sigma_t \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad (9)$$

onde μ é a média incondicional do processo e σ_t^2 é uma medida da variância condicional de y_t . Makridakis et al (1998, p. 147) define o modelo EWMA como a soma da previsão antiga com ajuste para o erro ocorrido na última previsão, onde a variância pode ser definida como

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) y_{t-1}^2 \quad (10)$$

sendo λ o fator de decaimento, (onde $0 < \lambda < 1$), σ_t^2 denota a variância no período t e y_t o retorno de um determinado ativo.

Vê-se que na equação (10) existem dois diferentes termos: o primeiro termo é o autorregressivo, que expressa a dependência temporal da variância dos retornos e o segundo termo evidencia a contribuição da observação mais recente para a variância estimada. Uma das principais características deste modelo consiste no fato de que quanto maior o valor que λ apresentar, maior será a persistência da volatilidade, isto é, dependendo do fator de decaimento presente na expressão, a memória de curto prazo da volatilidade se altera. Conforme Kimura et al (2008, p.192-194) a ideia do modelo é justamente identificar o λ que melhor modele a memória de curto prazo do ativo ou mercado como um todo.

2.6 Aplicações de modelos de volatilidade no cálculo de risco de mercado por meio da metodologia VaR (*Value at Risk*)

O *Value-at-Risk (VaR)*, ou Valor em Risco é comumente utilizado para mensurar o risco de mercado. É uma medida estatística cujo cálculo consiste em averiguar, sobretudo, qual é a probabilidade de perda associada à variação de determinado ativo. Para tanto, mede-se a

exposição de um único ativo ou portfólio por meio das variações máximas dos seus retornos com o intuito de demonstrar potenciais mudanças no valor de uma ação ou de uma carteira composta por instrumentos financeiros.

O valor em risco tem a característica de medir qual será a pior perda que dado ativo ou portfólio pode incorrer devido a eventos extremos, dado situações normais de mercado (J. P. MORGAN BANK, 1999). Segundo Jorion (2003) “[...] o atributo mais importante do VaR é a transparência: um único número de VaR transmite o risco de perda potencial em termos que podem ser compreendidos por qualquer pessoa.”

Conforme aborda André Barbosa no artigo *Valor em Risco (VaR) para Modelos de Volatilidade Determinística e Estocástica: Um estudo Comparativo pelo “Backtesting”* “o valor em risco pode ser considerado como uma extensão de análise de intervalo de confiança, em que ao invés de usar estimativas dos parâmetros da população avaliamos as estimativas dos parâmetros do processo gerador dos dados, oriundos de modelo de série de tempo para a série de retornos e volatilidade.”

Após a crise de 2008, as instituições financeiras têm adotado diversas medidas para reduzir o risco de suas operações, seja por meio de regulações do mercado financeiro ou por métodos diferentes de avaliação de risco. O Acordo de Basiléia de 1988, conhecido como “Basiléia I”, impôs exigências mínimas referentes à apuração do capital de risco que foram adotadas pelos países do G10. Dada a representatividade e participação destes países na economia mundial, consequentemente países do mundo inteiro foram influenciados à considerar os mesmos princípios.

É válido destacar que as medidas adotadas durante o ano de 1988, serviram para concatenar as exigências de capital mínimo ao Risco de Crédito, e, somente em 1996, durante a Emenda do Acordo de Basiléia, que os padrões de capital mínimo foram estendidos também à cobertura do Risco de Mercado.

O modelo de capital de risco de mercado indicado pela Emenda de 1996 determina a perda máxima ao longo de dez dias de negociação com nível de confiança de 99%, sendo possível estimar o modelo apenas por meio de cenários. Entretanto, com o advento do modelo VaR, muitas empresas optaram por avaliar seu capital mínimo ao risco de mercado (ALEXANDER, 2005).

O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia², recomenda a adoção de duas abordagens para se mensurar o risco de mercado para dados diários. A primeira abordagem é mensurada por meio da quantificação de perda máxima através de um grande conjunto de cenários dos movimentos dos fatores de risco ao longo de um dado horizonte de tempo. A segunda, por sua vez, é conhecida como o valor em risco de mercado (VaR) de um portfólio, onde por meio de uma ponderação dos cenários com probabilidades e avaliação do nível de perda para dada probabilidade, verifica-se a sua excedência, ou não, no determinado horizonte de tempo (ALEXANDER, 2005).

Ao se considerar determinada probabilidade, o valor em risco (VaR) deve retornar qual será a perda de determinado ativo para um dado intervalo de tempo caso ocorram movimentos adversos do mercado. Pode-se também definir o VaR como o percentil inferior da distribuição de retornos previstos dos fatores de risco de mercado conforme um dado horizonte de risco. Nesse ínterim, a rentabilidade de um ativo, ou portfólio, é dada por

$$\Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t, \quad (11)$$

Considerando-se que $\Delta_h P_t$ refere-se às perdas teóricas de h -dias para frente, tem-se que as perdas são obtidas através de uma marcação a mercado de hoje e uma manutenção da posição durante o horizonte de risco. A probabilidade de um dado nível de perda se materializar é determinada pelo nível de significância do VaR. Assim, em um VaR de 5%, espera-se que um dia seja excedido em cada 20 dias. Pode-se descrever matematicamente que,

$$Prob(\Delta_h P_t < -VaR_{a,h}) = \alpha, \quad (12)$$

sendo que, α é o nível de significância do modelo VaR, e h , o horizonte de tempo para o período de análise posterior. A seguir, na Figura 1, o lado esquerdo da distribuição de probabilidade associada aos retornos representa o ponto crítico $-VaR_{a,h}$ com 5% de significância. O que se encontra ao lado esquerdo da distribuição de probabilidade associada aos retornos representa a probabilidade do nível de significância α . Já ao lado direito do ponto crítico temos a probabilidade do retorno não alcançar perdas extremas.

² Basel Committee on Banking Supervision, localizado em Basileia, Suíça.

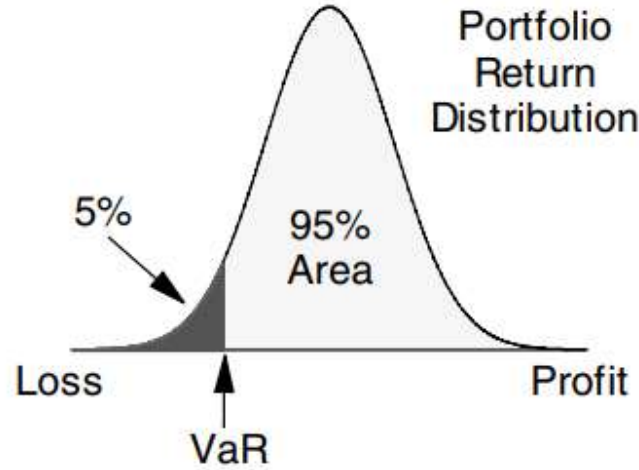


Figura 1 - Valor em Risco (VaR)
Fonte: J. P. Morgan Bank, (1999).

Em caso de modelagem univariada utilizando-se ao menos um ano de dados históricos, o VaR paramétrico considera unicamente a variância dos retornos para determinado ativo. Atribui-se a hipótese básica de que os lucros e perdas do ativo possuem distribuição normal, logo, se $\Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t$ representa os retornos não realizados em h -dias, pode-se assumir que

$$\Delta_h P_t \sim N(\mu_t \sigma_t^2), \quad (13)$$

onde, em um horizonte de h -dias a $100 \alpha\%$ pode-se obter $VaR_{a,h}$ tal qual $(\Delta_h P_t < -VaR_{a,h})$. Ao padronizar-se

$$Prob([\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t < [-VaR_{a,h} - \mu_t]/\sigma_t) = \alpha, \quad (14)$$

adota-se que $[\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t \sim N(0,1)$, podendo simplificar a função ao considerar que $Z_t = [\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t$, e Z_t é uma variável normal, logo,

$$Prob(Z_t < [-VaR_{a,h} - \mu_t]/\sigma_t) = \alpha, \quad (15)$$

Por fim, iguala-se $-Z_\alpha = [-VaR_{a,h} - \mu_t]/\sigma_t$, sendo que Z_α é o percentil que corresponde à 100α -ésima da função de densidade normal padronizada. Desse modo, pode-se escrever a função

simplificando-a para obter-se o VaR paramétrico,

$$VaR_{a,h} = Z_{\alpha}\sigma_t - \mu_t \quad (16)$$

É comum se assumir que $\mu_t=0$ para riscos de curto prazo, logo, prefere-se utilizar o VaR em pequenos períodos. A constante Z_{α} é dada pela tabela da distribuição normal padronizada (1,645 para $\alpha = 0,05$ e 2,33 para $\alpha = 0,01$). Por fim, a volatilidade de perdas σ_t , no caso univariado determina o VaR do ativo, e no caso multivariado o VaR do portfólio.

As Instituições Financeiras fazem grande uso da simulação histórica do VaR paramétrico, que, conforme demonstrado na Figura 1, faz uso de dados históricos na construção de uma função de densidade empírica das perdas de um ativo ou portfólio.

A partir das diferenças $\Delta P_t = P_{t+h} - P_t$ (independentemente do valor de t), é construída a função de densidade empírica de h-dias. Logo, o $VaR_{a,h}$ de simulação histórica refere-se ao mais baixo percentil 100α -ésimo da distribuição. Isto demonstra que dada uma série de 10.000 observações, com a cauda inferior a um nível de significância de 5%, haverá aproximadamente 500 observações abarcadas por este percentil, e o VaR será constituído pelo valor mais elevado entre todos estes, enquanto que o VaR condicional será a média destes 500 valores.

3 METODOLOGIA

Com a utilização de um método científico bem estruturado, é possível preparar o leitor em relação aos conceitos e aplicações práticas que serão tratados na pesquisa. O método científico utilizado na realização de uma pesquisa habilita o investigador a traçar o caminho a ser seguido para auferir resultado com maior segurança (LAKATOS; MARCONI, 1991, 270p).

De acordo com Cortes (2002, p.237), esta pesquisa pode ser classificada como de cunho quantitativo, visto que

Os trabalhos quantitativos caracterizam-se pelo aproveitamento de possibilidades de se proceder à mensuração de certos fenômenos ou variáveis em termos numéricos. [...] permitem a construção de descrições detalhadas, que podem ser organizadas em variáveis e enquadradas em modelos usados para testar possíveis relações entre elas e,

desse modo, explicar certos fenômenos.

Este trabalho acadêmico fará uma breve introdução à análise de risco e a sua importância quanto à mensuração de determinados ativos. Após tal introdução e apresentação dos instrumentos primordiais, serão tratados os modelos de volatilidade condicional, iniciando-se pelos modelos autorregressivos de volatilidade heteroscedástica condicional, ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Então, subsequente a isso, será adicionado o modelo EWMA, (*Exponentially Weighted Moving Average*), que conceitualmente faz uso de “impulsos respostas” infinitos.

Com a fundamentação teórica tendo discorrido sobre os aspectos cruciais de cada tipo de volatilidade e os seus principais modelos, esta seção consiste no estudo empírico de estimação dos modelos e na utilização da métrica Valor em Risco (VaR) mediante a comparação entre cada um dos modelos e suas respectivas análises de Valor em Risco. Na seção 3.1 será apresentada a série de ações da PETR4, que é o foco de estudo, na seção 3.2, serão estimados os modelos de volatilidade, onde será aplicado o modelo GARCH (1,1) que segundo Alexander (2005) é comumente utilizado para a modelagem de séries financeiras, e por fim, na seção 3.3 serão realizadas as comparações pelo método de *backtest* valor em risco paramétrico.

3.1 Descrição dos dados

Esta seção abordará a discussão dos resultados da análise da volatilidade do retorno da ação da Petrobrás no período de 29 de outubro de 2014 a 28 de outubro de 2019, utilizando os modelos EWMA e GARCH (1,1) por meio de séries temporais com observações diárias. Alguns fatos econômicos e políticos marcaram o decorrer dos níveis, como por exemplo a crise política e econômica que se alastrou pelo Brasil a partir do 2º semestre de 2015 e o período de pré-eleições presidenciais no 2º semestre de 2018.

É válido destacar que o modelo EWMA foi ajustado pela metodologia empírica do modelo GARCH, assumindo-se o fator de decaimento $\lambda = 0,94$ como os coeficientes para ponderar o erro e a variância passados da série de tempo. Considerou-se, sobretudo que o modelo de suavização exponencial (EWMA) é especificado como um modelo alternativo em uma classe separada de modelos de suavização exponencial.

As figuras a seguir ilustram a tendência da série temporal e os respectivos retornos diários

das ações da Petrobrás. Na Figura 2, nota-se que a série não é estacionária, por apresentar fortes oscilações e tendências em vários períodos de tempo. Como ilustrado na figura 1, usualmente utiliza-se dos retornos diários para a medição do risco.

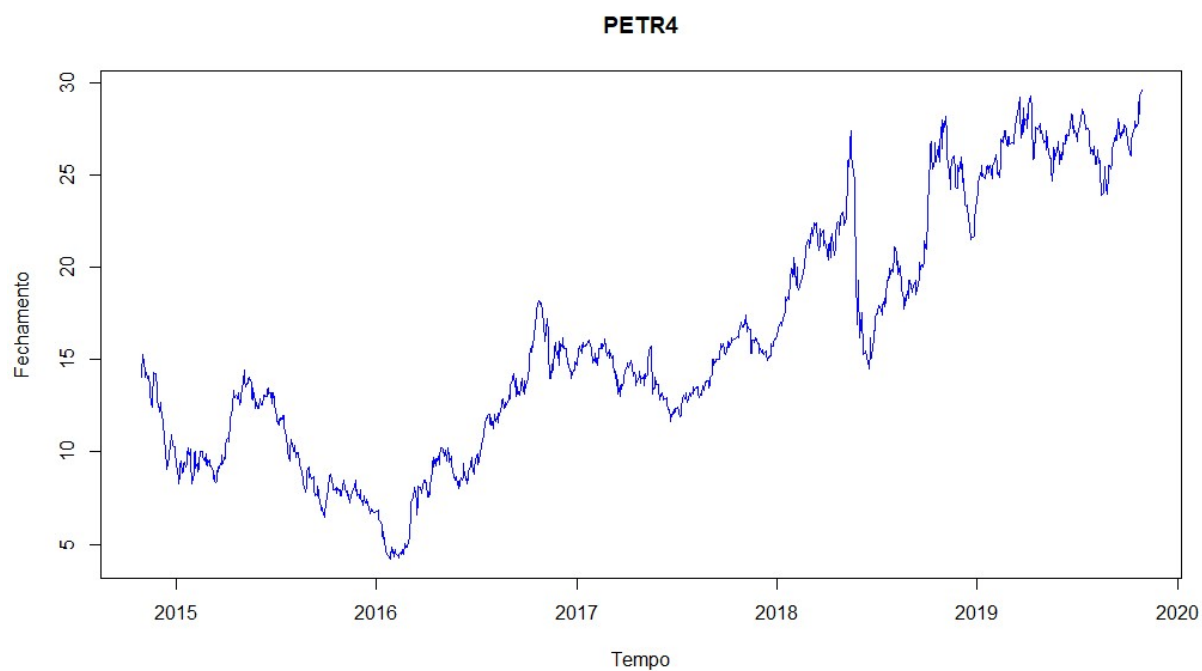


Figura 2 - Ações da PETR R\$ em nível

Fonte: Elaboração Própria

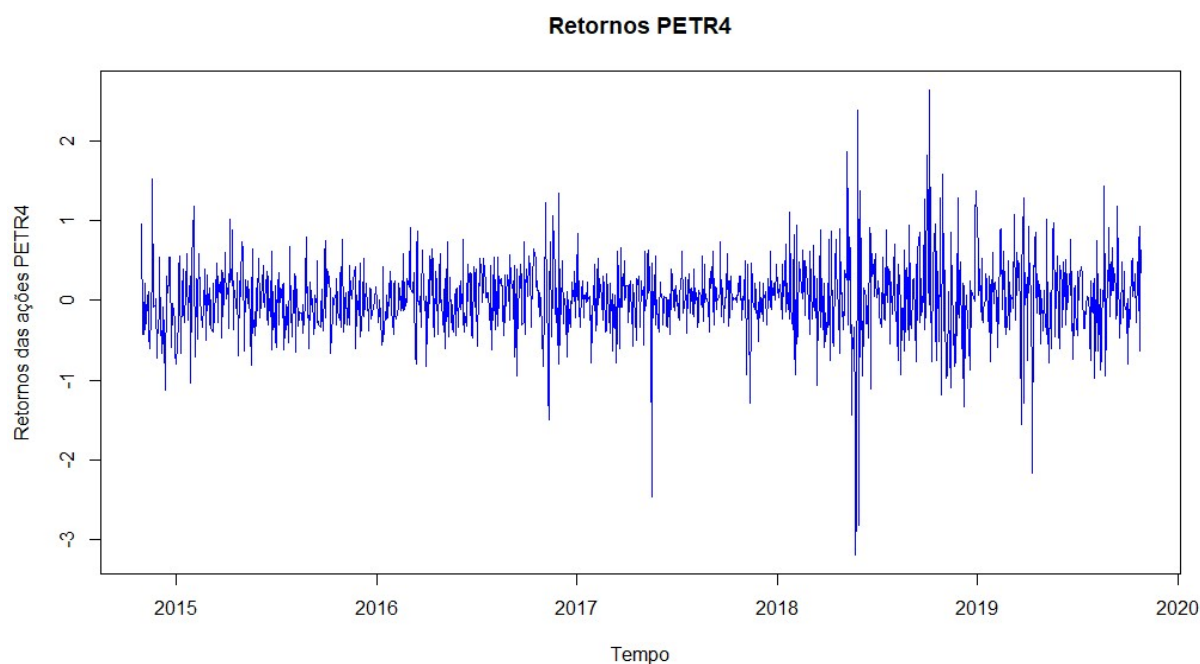


Figura 3 - Retornos das ações PETR4

Fonte: Elaboração Própria

Pode-se verificar pelos resultados do teste Jarque Bera (1987) presente na tabela 1 que a série apresenta normalidade, pois o p-valor é inferior à 0,05. Além disso, nota-se também uma assimetria negativa de grau moderado com valor modal de aproximadamente 0,15, que conforme definições dadas pelo coeficiente de Pearson, se mostra inferior à $|1|$. Ao atentar-se à estatística descritiva, a série de tempo apresenta observações cuja formação assemelha-se à uma distribuição leptocúrtica o que é evidenciado pelo valor de curtose superior a 0 e pelo histograma dos retornos das ações da PETR4 ilustrado pela figura 4.

Tabela 1 - Estatística Descritiva dos Retornos de ações da Petrobrás

	Retornos PETR4
Observações	1.243
Máximo	0,1509
Mínimo	-0,1715
Média	0,0006012
Mediana	0,00103
Desvio Padrão	0,0322
Assimetria	-0,1557
Curtose	3,202
Jarque Bera	540
p-valor	2,2e-16

Fonte: Elaboração própria.

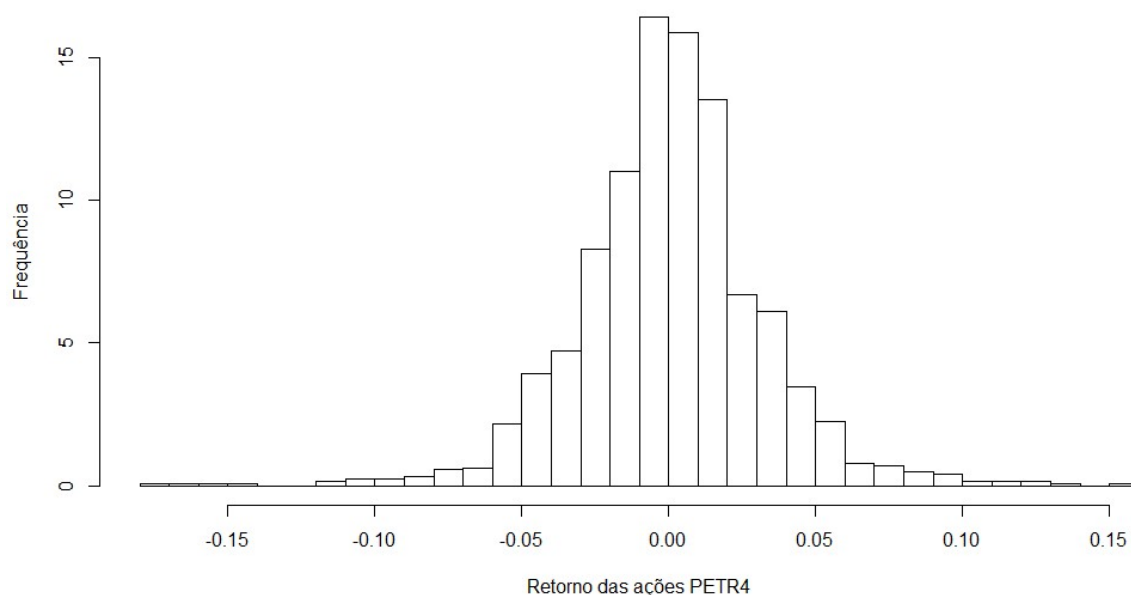


Figura 4 - Histograma dos retornos das ações PETR4

Fonte: Elaboração própria

Na Tabela 2, encontram-se os testes de estacionariedade dos retornos da série temporal estudada. Foram utilizados os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) proposto inicialmente por Dickey e Fuller (1979), o teste Phillips-Perron (PP), proposto por Phillips e Perron (1988) como uma alternativa ao Dickey-Fuller e o teste Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) proposto por Kwiatkowski et al. (1992). Para os testes ADF e PP, a aceitação da hipótese alternativa e rejeição da hipótese nula, denota que a série é estacionária, já no teste KPSS, a rejeição da hipótese alternativa e a aceitação da hipótese nula, indica a estacionariedade da série. Dessa forma, é possível notar por meio da tabela 2 que, para os três testes propostos, a série apresenta estacionariedade ao nível de retornos.

Tabela 2 - Testes de Estacionariedade dos retornos das ações da PETR4

	Retorno PETR4
Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	-24,9571
Phillips-Perron (PP)	-1.294,70
Kwiatkoski et All. (KPSS)	0,0606

Fonte: Elaboração própria.

Com o intuito de determinar a necessidade de estimação de um modelo através da

volatilidade heteroscedastica condicional, conforme demonstra a figura 5, estimam-se os retornos ao quadrado de cada série. Esta figura ilustra também a existência de aglomerações de variância, o que confirma a presença de “*volatility clusterings*” terminologia que indica que altos retornos são seguidos por altos retornos.

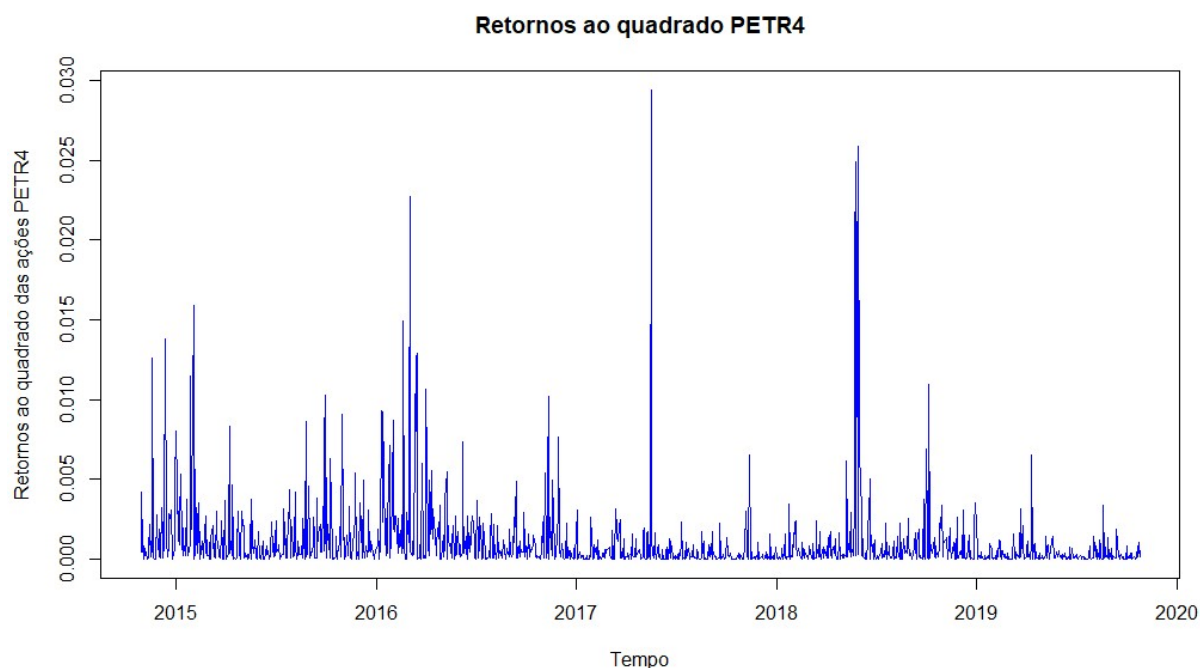


Figura 5 - Retornos ao Quadrado da série PETR4

Fonte: Elaboração própria

A partir da Figura 5, pode-se pressupor a existência de autocorrelação por entre as defasagens da série. Para comprovar tal fato, foram estimadas as Funções de Autocorrelação e de Autocorrelação Parcial (FAC e FACP), que indicam a quantidade de parâmetros autorregressivos e parâmetros de médias-móveis necessários, conforme indicado pelas Figuras 6 e 7.

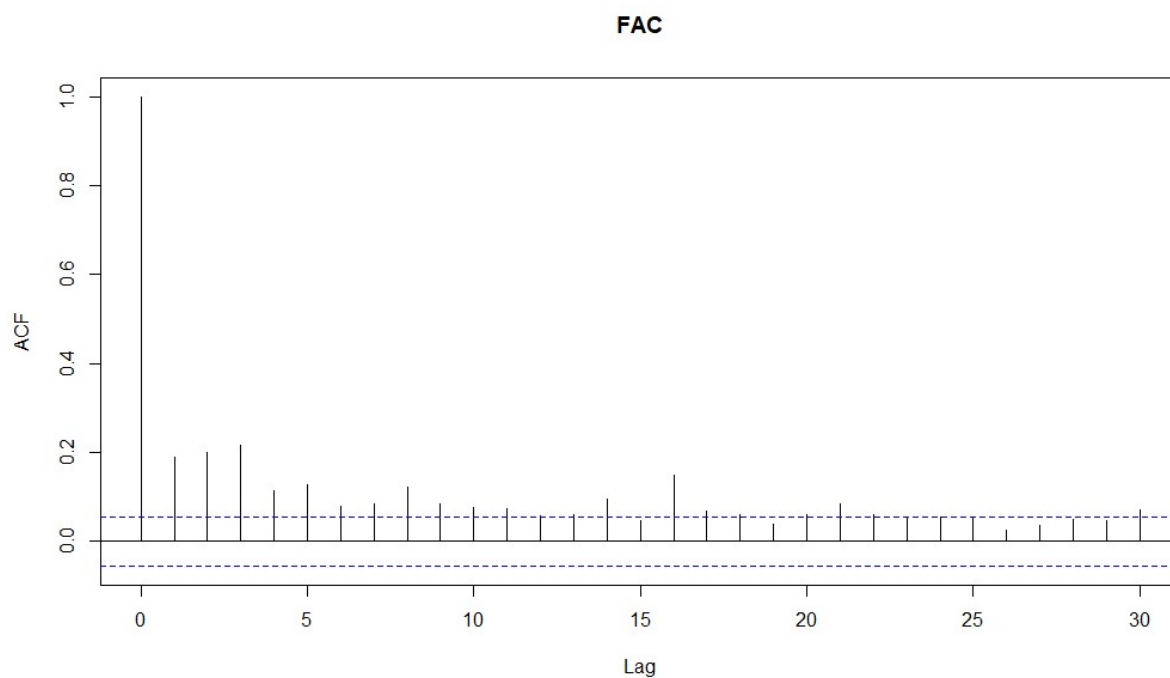


Figura 6 - FAC para os Retornos ao Quadrado das ações da PETR4
Fonte: Elaboração própria.

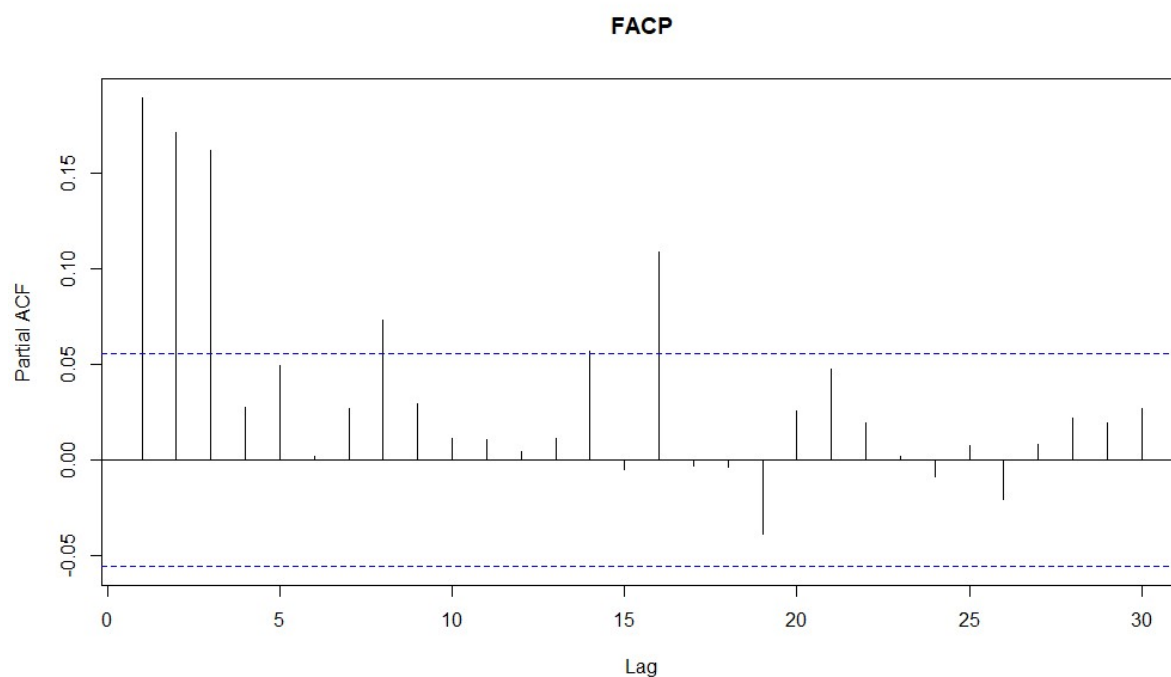


Figura 7 - FACP para os Retornos ao Quadrado das ações da PETR4
Fonte: Elaboração própria

Para finalizar a análise descritiva da série, conclui-se que os retornos da série possuem

autocorrelação em pelo menos uma defasagem e nota-se empiricamente a presença dos agrupamentos de volatilidade na série de retornos, o que justifica a utilização de ao menos uma defasagem autorregressiva dentro dos modelos.

3.2 Estimação dos modelos de volatilidade

Para se estimar o modelo mais adequado para prever a volatilidade determinística das séries, serão utilizados 3 critérios estatísticos, sendo o primeiro critério denominado de Akaike (AIC), o segundo de informação Bayesiano (BIC) e o terceiro a máxima log-verossimilhança ($\ln(L)$). O *benchmark* adotado para estes testes é dado pela escolha dos menores valores para os critérios AIC e SBC, enquanto que para o critério $\ln(L)$ será escolhido conforme o modelo que apresentar o maior valor.

A Tabela 3 a seguir apresenta os resultados da estimação dos modelos de volatilidade do retorno da série temporal como também os parâmetros dos modelos utilizados sobre os retornos das ações PETR4. Nota-se que o modelo GARCH(1,1) apresentou todos os seus parâmetros com *p-valor* inferior à 0,05, indicando a possibilidade de existência de assimetria na série em estudo. Ao avaliar os dois modelos, considerando os desvios-padrões condicionais de ambos os modelos representados na Figura 8, acredita-se que o GARCH(1,1) seja capaz de explicar melhor as ações da PETR4.

Tabela 3 - Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para as ações da PETR4

	EWMA	GARCH(1,1)
H	0,94	
α_0		0,000031
α_1		0,13616
β_1		0,84083
γ_1		
q p		
$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j$		0,97699

Fonte: Elaboração própria.

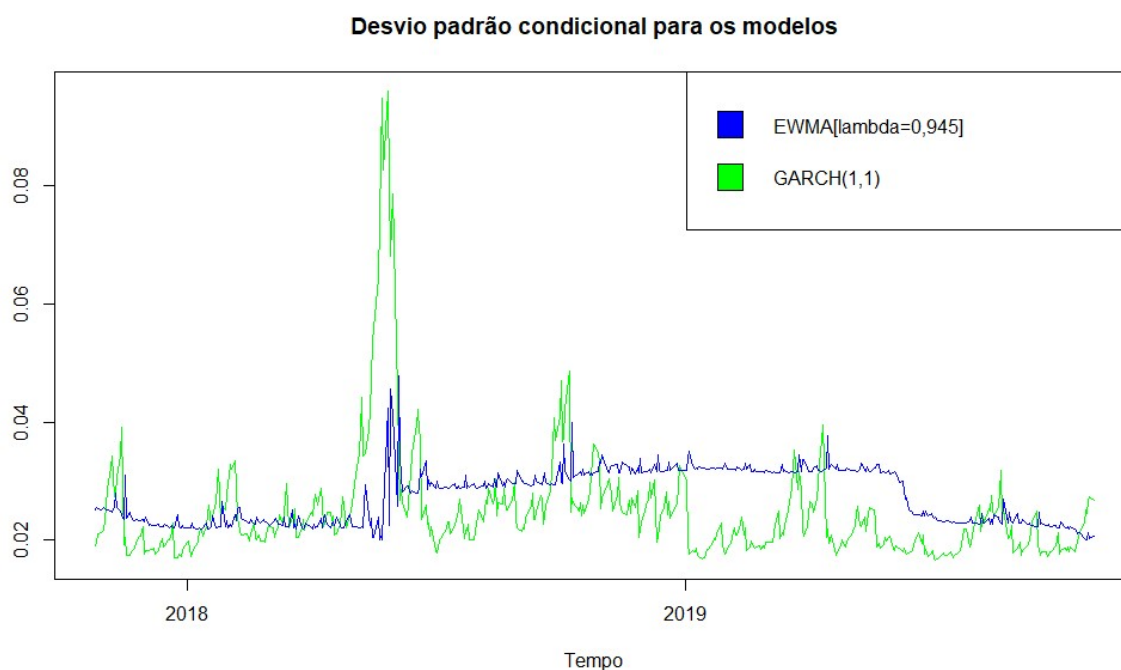


Figura 8 - Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados das ações PETR4

Fonte: Elaboração própria.

3.3 *Backtest* para o Valor em Risco dos modelos de volatilidade

O Valor em Risco (VaR) pode ser definido como a maior perda que um agente espera incorrer sobre uma aplicação de investimento com uma determinada probabilidade, ou nível de confiança. Como regra geral, se emprega um nível de confiança de 95% (J.P. Morgan Bank, 1999), verificando a quantidade de exceções que violam os limites de confiança estabelecidos pelo VaR.

Na comparação dos modelos empregados neste estudo, será empregado o VaR paramétrico como uma medida de desempenho de cada modelo em proporcionar intervalos sobre as possíveis perdas dos agentes. Espera-se um valor em risco estreito e que tenha o menor número de violações sobre os limites previstos para a escolha do melhor modelo de volatilidade.

Na Tabela 4 estão descritos os valores em risco para os modelos de volatilidade apresentados na seção anterior para os retornos sobre as ações da PETR4. Além disso, na elaboração do valor em risco, assume-se a distribuição normal utilizando os valores p-quantis da distribuição normal.

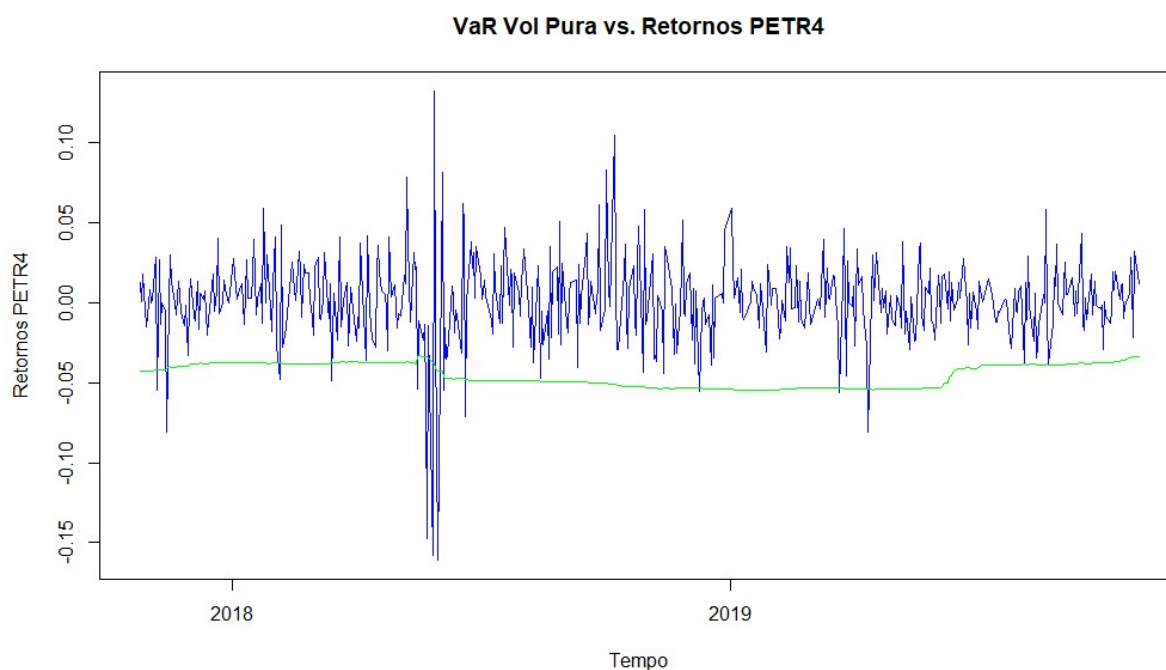
Tabela 4 - Valor em Risco para Modelos de Retorno da PETR4

Modelo	Quantidade de Violações	Porcentagem de Violações
Volatilidade Pura	14	0,028
EWMA	13	0,026
GARCH(1,1)	6	0,012

Nota: Nível de confiança de 95% - Porcentagem de violações esperadas é de 5%

Fonte: Elaboração Própria

Para os modelos da PETR4 descritos na Tabela 4, observa-se que o GARCH(1,1) apresenta a menor quantidade de violações inferiores, demonstrando um desempenho preditivo maior em relação ao modelo EWMA com um fator de decaimento $\lambda = 0,94$ e ao modelo cuja volatilidade é designada como “pura”. É válido destacar que ambos os modelos encontram-se abaixo da quantidade de violações esperadas, o que os torna aptos à realizar previsões de valor em risco (VaR) conforme demonstram as figuras 9, 10 e 11.

**Figura 9** - Comparação do VaR com a volatilidade pura em relação aos retornos das ações PETR4

Fonte: Elaboração própria.

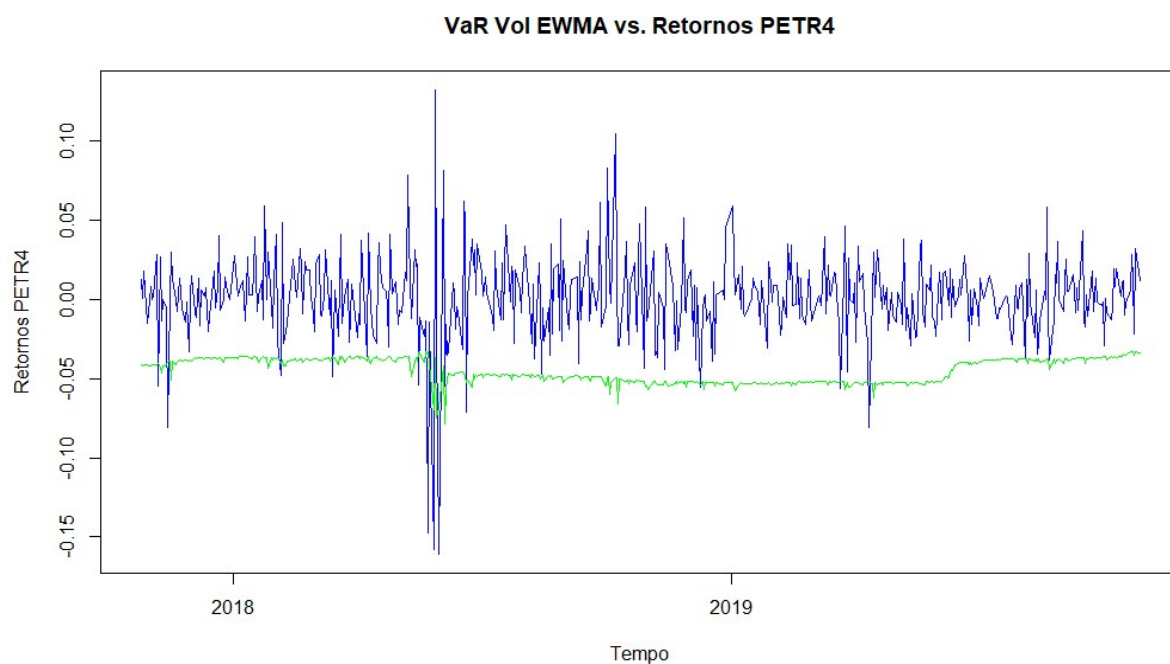


Figura 10 - Comparação do VaR para o modelo EWMA em relação aos retornos das ações PETR4
Fonte: Elaboração própria.

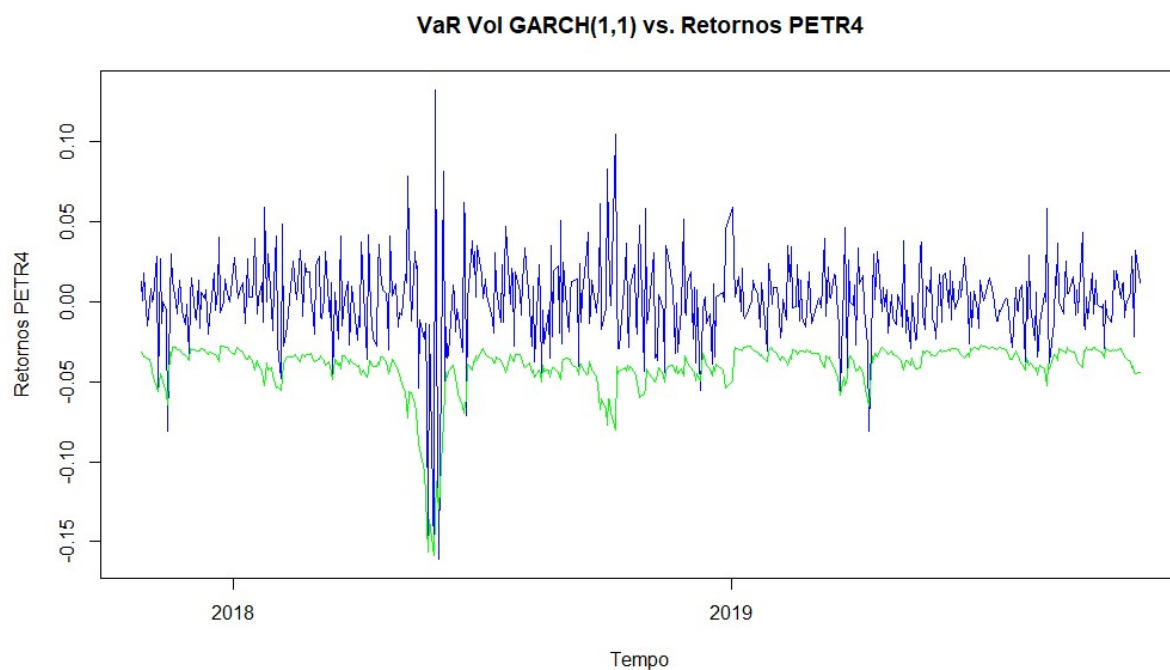


Figura 11 - Comparação do VaR para o modelo GARCH (1,1) em relação aos retornos das ações PETR4
Fonte: Elaboração própria.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa procurou-se avaliar a importância do gerenciamento de riscos no que concerne à previsão de volatilidade dos preços das ações da empresa Petrobrás. Nesse ínterim, no que tange à tomada de risco, foram pontuados os diferentes perfis de riscos existentes no mercado financeiro de ações, os quais são definidos como de baixo, médio e alto risco e estão diretamente atrelados à realização de investimentos e/ou aplicações financeiras, o que por sua vez, pode implicar principalmente, em retornos mais altos ou mais baixos de acordo com o tipo de risco ao qual o investidor predispõe-se a tomar alinhado aos seus objetivos financeiros.

Concluiu-se, portanto, que investidores cujo perfil de risco é mais conservador, isto é, preferem a segurança de um risco de perda financeira mais baixo e/ou médio, o modelo de suavização exponencial (EWMA) é adequado, pois ele possui uma volatilidade constante, o que gera retornos financeiros não muito altos, porém, pertinentes à variação dos preços dos ativos no período incorrido.

Todavia, para um investidor que apresente um maior apetite por altos riscos, este modelo de previsibilidade de retorno de ações não é adequado, já que ele assume um grau de suavização arbitrário, não atrelado a grandes variações financeiras do mercado de ações. Neste caso, por exemplo, o modelo GARCH (1,1) de volatilidade condicional pode ser o mais adequado, por considerar variâncias condicionadas e retornos passados para estimar variações abruptas do mercado acionário.

Averiguou-se também que as ações da empresa Petrobrás no período de outubro de 2014 a outubro de 2019, demonstraram uma certa instabilidade em termos de retornos financeiros decorrentes das variações dos preços das ações nesse período, o que contribuiu para a “instabilidade” da série de log retornos principalmente no período de pré-eleições presidenciais no segundo semestre de 2018.

Além disso, foi determinado o valor em risco paramétrico para as ações da PETR4 e avaliado a partir da utilização dos modelos estatísticos EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) e GARCH (*Generalised autoregressive conditional heteroscedastic*). Os resultados obtidos indicam que dentro da metodologia Valor em Risco (VaR), a adoção de modelos de volatilidade, desde que bem especificados, possuem todo o necessário para gerir o risco em dada série temporal. Ademais, os resultados extraídos com ambos os modelos especificados neste

trabalho, demonstraram que empiricamente sejam eles pertencentes à família GARCH, ou não, o grau de violações não superou o proposto de 5% para a janela de cálculo do VaR.

Portanto, ao analisar os parâmetros de ambos os modelos, nota-se que para o modelo GARCH(1,1) todos os parâmetros apresentam significância e a quantidade de violações para a métrica Valor em Risco (VaR) é menor quando comparada às violações obtidas pela aplicação do modelo de suavização exponencial (EWMA), o que nos sugere que o modelo mais adequado para esta série, considerando as análises realizadas ao longo desta pesquisa, é o GARCH(1,1).

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, CAROL. **Modelos de Mercado: Um Guia para a Análise de informações Financeiras/Carol Alexander**; tradução José Carlos de Souza Santos. – São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005;
- ASSAF NETO, A. Mercado financeiro. 10. Ed. - São Paulo: Atlas, 2011;
- BEST, P. **Implementing Value-at-Risk**. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. Fundamentos de Investimentos. Tradução de Robert Brian Taylor. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000; BOLLERSLEV, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*. Journal of Econometrics **31**: 307-327;
- BOLLERSLEV, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*. Journal of Econometrics **31**: 307-327;
- CARVALHO, F. B. de. **A Importância do Mercado de Capitais: considerações das teorias econômica e financeira**. UNESP, 2014;
- CORTES, Soraya M. Vargas. Como fazer análise qualitativa de dados. In: BERNI, Dulio de Ávila; BIANCHI, Ana Maria. **Técnicas de pesquisa em economia: transformando curiosidade em conhecimento**. São Paulo: Saraiva, 2002.
- DUARTE, A. **Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento**. São Paulo: Bolsa Mercantil e de Futuros, 1996. p. 25-33. (Resenha BM&F, 114);
- ENGLE, R, F. (1982). *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of U.K. inflation*, Econometrica 50: 987-1007;
- ENGLE, R, F (2004). *Risk And Volatility: Econometric Models And Financial Practice*, American Economic Review;
- ESTEVES, P. (2003). **Modelling Taylor rule uncertainty: An application to the Euro area**. *Economic Modelling*, 21:561–572;
- EVNINE, J. (1988): **Estimating volatility. Portfolio insurance: a guide to dynamic hedging**. Wiley, New York;
- GARMAN, M.; KLASS, M. (1988): **On the estimation of security price volatilities from historical data**. *Journal of Business*, 53, pp. 67-78;
- JORION, P. **Value-at-risk: A nova fonte de referência para o risco financeiro**. São Paulo – Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.
- J. P. MORGAN & CO. **Risk Metrics™ – Technical Document**. 4 th ed., New York, 1994;
- J. P. MORGAN BANK. **Risk Management: A Practical Guide**. Riskmetrics Group, 1999;
- KIMURA, H. et al. **Value-at-risk - como entender e calcular o risco pelo var: uma contribuição para a gestão no Brasil**. Ribeirão Preto: Inside Books, 2008;
- KNIGHT, F.H., **Risk, Uncertainty and Profit**. Harper Torchbooks, New York, 1975.
- Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). **Forecasting: Methods**

and Applications. *John Willey & Sons, New York;*

MARQUES, Sandro. **Modelo para seleção de ações e otimização de carteiras de investimento no mercado de ações brasileiro.** Curitiba, 2006. Dissertação (Mestrado em Administração); Pontifícia Universidade Católica do Paraná;

MORAIS, I. A. C. de; PORTUGAL, M. S. **Modelagem e Previsão de Volatilidade Determinística e Estocástica para a Série do Ibovespa.** Estudos Econômicos, v.29, n.3, p.303-341, 1999;

OLIVEIRA, A. B. **Valor em Risco (VaR) para Modelos de Volatilidade Determinística e Estocástica: Um estudo Comparativo pelo “Backtesting”** UNICAMP, 2010;

PARKINSON, M. (1980): **The random walk problem: extreme value method for estimating the variance of displacement,** *Journal of Business*, 53, pp. 61-65;

PEREIRA, L. B. T.; Henrique, D. C. **Otimização de investimentos pelo modelo de markowitz via desenvolvimento de uma ferramenta em excel** IJIE, 2016;

PINHEIRO, Juliano Lima. **Mercado de Capitais: Fundamentos e Técnicas.** 5 ed. São Paulo: Atlas, 2009;

RIBEIRO, M. G. S. **A relevância do movimento por uma economia pós-autista para a ciência econômica atual** UFSC, 2015;

RIBEIRO, P. de T. **Avaliação empírica dos modelos de var (value-at-risk)** POLI USP, 2006;

SANTOS, J. C. G. dos. **Cálculo do Value at Risk (VaR) para o Ibovespa, pós crise de 2008, por meio dos modelos de heterocedasticidade condicional (GARCH) e de volatilidade estocástica (Local Scale Model - LSM).** FGV, 2015;

SANTOS, L. H. P. dos. **Uso de modelos autoregressivos e gráficos de controle para monitorar volatilidade de ativos financeiros,** USP, 2012;

SAUNDER, A. **Financial institutions management: a modern perspective.** Homewood, IL: Irwin , 1996. Second edition.

TSAY, R. **Analysis of financial time series.** 2 ed. John Wiley, 2005;